

Eine Lobrede auf Little's Gesetz

Inventar, Durchsatz und Durchlaufzeit transparent machen

Eine der wichtigsten fundamentalen Beziehungen in der schlanken Produktion ist die Beziehung zwischen Inventar, Durchsatz und Durchlaufzeit. Das Inventar und der Durchsatz sind in der Regel einfach zu messen. Mit der Durchlaufzeit ist es jedoch schwieriger. Sie müssten dazu die Zeit erfassen, wenn ein Teil in das System eingeht und dann wieder, wenn ein Teil das System verlässt. Glücklicherweise lässt sich die Durchlaufzeit mit Littles Gesetz, einem der grundlegendsten Gesetze in der schlanken Produktion (und auch an vielen anderen Stellen), einfach und genau berechnen.

Littles Gesetz wurde erstmals um 1954 veröffentlicht. Es ist nach John Little benannt (ein MIT-Professor, nicht einer von Robin Hoods Gefährten). Zwar hat er das Gesetz nicht erfunden, doch er war der Erste, der dessen universelle Gültigkeit 1961 mathematisch bewies.

Die Variablen

Zuerst wollen wir die Variablen erklären. In diesem Artikel nehme ich eine Supermarktkasse als Beispiel, denn ich bin sicher, Sie haben alle irgendwann einmal in der Schlange an der Kasse gewartet. Daher ist unser Beispielsystem das Kassensystem, definiert als das System, das alle Kunden umfasst, die in der Warteschlange stehen oder gerade beim Bezahlvorgang sind (aber nicht die, die noch auf der Suche nach Waren sind).

Inventar

Das Inventar ist schlicht die Anzahl der Teile im beobachteten System. Sie können es auch als Ware in Arbeit (engl. "Work in Progress") bezeichnen. Bei einer Supermarktkasse wäre das Inventar die Anzahl der Personen, die in der Schlange warten, einschließlich des Kunden, der gerade bedient wird (aber ohne Kassierer – der wäre Teil des Prozesses). Das Inventar ist für gewöhnlich recht einfach zu messen. Sie zählen einfach die Anzahl der Teile im System, entweder von Hand oder indem Sie Ihre ERP-Daten heranziehen. Sie können den aktuellen Bestand nutzen, wenn Sie der Ist-Zustand des Systems interessiert. Sie können aber auch den Durchschnittsbestand über einen

längeren Zeitraum hinweg messen, wenn Sie das durchschnittliche Verhalten des Systems analysieren möchten.

Durchsatz

Der Durchsatz ist die durchschnittliche Anzahl von Teilen, die in einer bestimmten Zeit fertiggestellt werden. Um beim Beispiel des Supermarktes zu bleiben: dies könnte in Kunden pro Stunde gemessen werden. Auch der Durchsatz ist relativ einfach zu messen. Sie überprüfen, wie viele Teile Sie in einem bestimmten Zeitraum produziert haben. Dividieren Sie die Anzahl der Teile durch die Gesamtzeit, so erhalten Sie den Durchsatz. Dabei gibt es wiederum verschiedene Möglichkeiten: Sie könnten sich einen längeren Zeitraum anschauen, einschließlich Wochenenden und Zeiten außerhalb der Schicht (d. h. wie viele Teile haben Sie im Laufe des Monats produziert?). Alternativ könnten Sie nur die effektive Arbeitszeit betrachten (d. h. wie viele Teile haben Sie in einer 8-Stunden-Schicht produziert?). Beides ist möglich. Je nachdem, welche Option Sie wählen, erhalten Sie die Durchsatzzeit in Arbeitsstunden oder Gesamtstunden inklusive Nebenzeiten.

Durchlaufzeit

Die Durchlaufzeit ist die Zeit, die ein Teil benötigt, um das System vollständig zu durchlaufen (d. h. es ist die Zeit zwischen Eintritt und Verlassen des Prozesses). Im Beispiel der Supermarktkasse ist es die Zeit von dem Moment an, wenn Sie sich anstellen, bis Sie Ihre Waren nehmen und gehen.

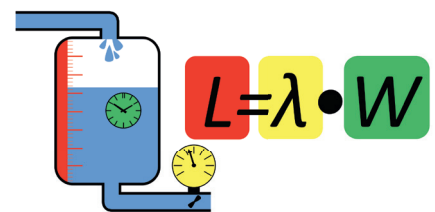
Die Durchlaufzeit ist nur schwer direkt messbar. In einem Supermarkt könnten Sie jeden seine eigene Wartezeit messen lassen. Für physische Teile müsste das aber jemand anders übernehmen – in der Realität ist das ziemlich unpraktisch. Die Durchlaufzeit ist allerdings ein wichtiger Wert in der Fertigung. Eine längere Durchlaufzeit bedeutet, dass Sie mehr Zeit benötigen, um Änderungen durchzuführen.

Das Gesetz

Littles Gesetz ist eigentlich ganz einfach. Es gibt drei Variablen, die oft wie folgt benannt sind:

- **L** – Inventar, gemessen z. B. in Einheiten oder Menge
- **λ** – Durchsatz, gemessen in Einheiten oder Menge pro Zeiteinheit
- **W** – Durchlaufzeit, gemessen in Zeit

Littles Gesetz ist dann die folgende sehr einfache Beziehung: **$L = \lambda \times W$**



Der Klarheit halber schreibe ich es aus:

$$\text{Inventar} = \text{Durchsatz} \times \text{Durchlaufzeit}$$

Um also die Durchlaufzeit zu ermitteln, rechnen Sie:

$$\text{Durchlaufzeit} = \frac{\text{Inventar}}{\text{Durchsatz}}$$

Den Durchsatz erhalten Sie mit der Formel:

$$\text{Durchsatz} = \frac{\text{Inventar}}{\text{Durchlaufzeit}}$$

Die zugrunde liegenden Annahmen

Oftmals findet man in der Wissenschaft sehr prahlerische Forschungsergebnisse – aber wenn man die Annahmen genau liest, stellt man fest, dass sie nur für eine ganz besondere und äußerst unrealistische Situation gelten. Häufig machen diese Einschränkungen die Forschungsergebnisse in der Praxis unbrauchbar. Little's Gesetz hat jedoch nur zwei Hauptannahmen:

Erstens, Sie müssen ein stabiles System ohne größere Änderungen haben. Mit anderen Worten, die drei Variablen Inventar, Durchsatz und Durchlaufzeit ändern sich während der Beobachtung nicht signifikant. Angenommen, Sie haben wieder einen Supermarkt mit einem Kassierer. Mit Little's Gesetz berechnen Sie die geschätzte Wartezeit basierend auf der Geschwindigkeit des Kassierers und der Anzahl der Personen in der Warteschlange. Wird jedoch eine zweite Kasse geöffnet, verdoppelt sich die Geschwindigkeit des Systems. Damit ist Ihre Berechnung nicht mehr gültig, da sich die Systemgeschwindigkeit verdoppelt hat. Ebenso, wenn die Warteschlange länger wird, weil mehr Leute ankommen als gehen, gibt Little's Gesetz nicht mehr die durchschnittliche Wartezeit an. Daher muss das Verhältnis von Leuten, die kommen und Leuten, die gehen, ähnlich sein.

Zweitens müssen die Einheiten, die für das Inventar, den Durchsatz und die Durchlaufzeit verwendet werden, konsistent

sein. Die Messung des Durchsatzes in Chargen pro Stunde, des Bestandes in einzelnen Artikeln und der Durchlaufzeit in Tagen wird Ihre Berechnungen durcheinanderbringen, es sei denn, Sie konvertieren die Werte in konsistente Einheiten.

In der Praxis sind beide Annahmen sehr vernünftig. Zunächst einmal ändern sich die meisten Fertigungssysteme nicht drastisch innerhalb kurzer Zeit, auch wenn man nur die Werte für die Formel aktualisieren muss, um die neuen Zahlen zu erhalten. Probleme in Bezug auf die Einheiten kann man mit Grundkenntnissen in Mathematik und mit gesundem Menschenverstand leicht vermeiden. Little's Gesetz hat daher eine fast universelle Gültigkeit und ist in der Praxis sehr gut anwendbar!

Was nicht relevant ist

Das Schöne an Little's Gesetz sind all die Faktoren, die keine Rolle spielen. Dadurch erhält es eine Universalität, die für die täglichen Fertigungsabläufe äußerst praktisch ist:

1. Zufällige Verteilung der Eingangs- und Austrittsgeschwindigkeit (Durchsatz): Unabhängig davon, ob Sie normal verteilte Variablen, exponentiell verteilte Variablen oder irgendeine andere zufällige Verteilung haben, gilt Little's Gesetz.
2. Ablauf der Materialbearbeitung: Ganz gleich, ob Sie FiFo (First in – First out), LiFo (Last in – First out) oder eine beliebige andere oder sogar zufällige Reihenfolge in Ihrem Materialfluss haben, Little's Gesetz gilt grundsätzlich für die Berechnung der Mittelwerte! Natürlich kann die Schwankung der Durchsatzzeit je nach Sequenz in LiFo viel größer sein als in FiFo, aber der Mittelwert stimmt.
3. Größe der beobachteten Schleife: Auch hier spielt es keine Rolle, ob Sie

eine Maschine, die komplette Fertigungslinie, die gesamte Anlage oder gar Ihr gesamtes Logistiknetzwerk betrachten. Little's Gesetz ist gültig!

4. Alles andere, das Ihnen noch einfällt: Solange die beiden obigen Bedingungen zutreffen, gilt Little's Gesetz!

Einige Beispielkalkulationen

Nehmen wir als Beispiel eine Supermarktkasse. Wie lange muss ein Kunde an der Supermarktkasse bei Annahme folgender Parameter warten?

L: 5 Kunden stehen an der Kasse in der Schlange.

λ: 2 Kunden verlassen die Kasse pro Minute.

$$W = \frac{5 \text{ Kunden}}{2 \frac{\text{Kunden}}{\text{Minute}}} = 2,5 \text{ Minuten}$$

Ein Kunde wartet hier also durchschnittlich 2,5 Minuten in der Schlange. Erweitern wir das für den gesamten Supermarkt. Wie lange verbringt der Durchschnittskunde im Supermarkt bei folgenden Gegebenheiten?

L: 30 Kunden im Supermarkt

λ: 2 Kunden verlassen die Kasse pro Minute

$$W = \frac{30 \text{ Kunden}}{2 \frac{\text{Kunden}}{\text{Minute}}} = 15 \text{ Minuten}$$

Ein Durchschnittskunde verbringt also 15 Minuten im Supermarkt, wovon er 12,5 Minuten mit Einkaufen und 2,5 Minuten an der Kasse verbringt. Wenn wir die Menschen einmal genauer beobachten, sehen wir auch, dass 25 von ihnen einkaufen und 5 an der Kasse warten.

Lassen Sie uns ein Beispiel aus der Fertigung betrachten. Wie lange bleibt ein Teil durchschnittlich im Fertigwarenlager (d. h. wie hoch ist unsere Reichweite bei Fertigwaren)?

L: 10.000 Stück sind im Lager
λ: 15.000 Stück werden pro Monat verkauft

$$W = \frac{10.000 \text{ Stück}}{15.000 \frac{\text{Stück}}{\text{Monat}}} = 0,667 \text{ Monate}$$

Daher bleibt das durchschnittliche Teil zwei Drittel eines Monats im Lager.

Betrachten wir die Durchlaufzeit des gesamten Materialflusses:

L: 15.000 Einheiten sind im System (davon 10.000 im Lager und 5.000 in verschiedenen Stadien der Fertigstellung).
λ: 15.000 Stück werden pro Monat verkauft.

$$W = \frac{15.000 \text{ Stück}}{15.000 \frac{\text{Stück}}{\text{Monat}}} = 1,0 \text{ Monate}$$

Somit braucht ein Teil ca. einen Monat, um das gesamte System zu durchlaufen.

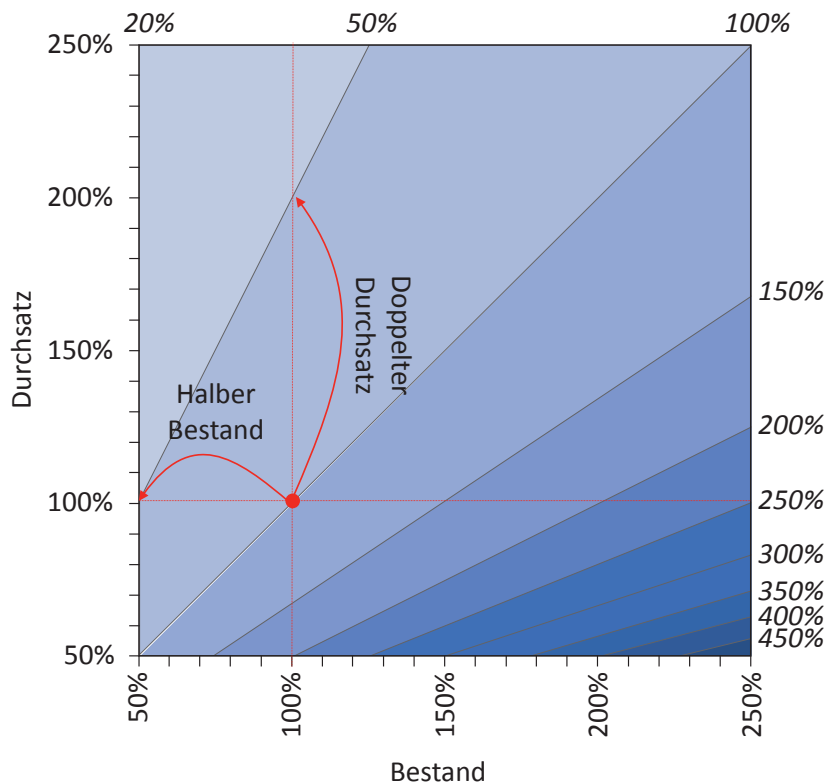
Nehmen wir einmal an, wir haben ein Kanban-System. Wie lange dauert es, bis ein Kanban die Schleife abgeschlossen hat? Angenommen, ein Kanban entspricht 100 Stück und es gibt durchschnittlich 50 Kanbans, die auf die Produktion warten.

L: 20.000 fertige und halbfertige Einheiten und geplante Einheiten in Form von Kanbans sind im System vorhanden (davon 10.000 Einheiten oder 100 Kanbans mit je 100 Teilen im Lager, 5.000 Einheiten oder 50 Kanbans in verschiedenen Stadien der Fertigstellung und 5.000 in Form von 50 Kanbans, die auf die Produktion warten).

λ: 15.000 Stück werden pro Monat verkauft, das entspricht 150 Kanbans à 100 Stück.

$$W = \frac{20.000 \text{ Stück}}{15.000 \frac{\text{Stück}}{\text{Monat}}} = \frac{200 \text{ Kanban}}{150 \text{ Kanban}} = 1,33 \text{ Monate}$$

Es dauert also 1,33 Monate, bis ein Kanban eine ganze Schleife durchlaufen hat.



Durchlaufzeit in Abhängigkeit von Inventar und Durchsatz.

Nicht nur für feste Materialien

Sie können Little's Gesetz auch für die kontinuierliche Verarbeitung wie z. B. Chemikalien verwenden. Berechnen wir, wie lange das Wasser im Durchschnitt in Amerikas größtem See, dem Lake Superior, bleibt, bevor es den See verlässt.

L: 12.087,73 Kubikkilometer (km³)

λ: Der Wasserabfluss wird angepasst und variiert im Laufe des Jahres, aber nehmen wir an, dass er 2.400 Kubikmeter pro Sekunde (m³/s) beträgt, was 75,68 km³ pro Jahr entspricht.

$$W = \frac{12.073 \text{ km}^3}{75,68 \frac{\text{km}^3}{\text{Jahr}}} = 159,7 \text{ Jahre}$$

Demnach bleibt das Wasser im Durchschnitt fast 160 Jahre im Lake Superior, bevor es abfließt. Mehr als die Hälfte des Wassers im See war bereits da, als Abraham Lincoln Präsident war.

Warum Little's Gesetz relevant ist

Little's Gesetz ist fast immer gültig und sehr einfach zu berechnen. Es zeigt auch das Verhältnis der beiden Faktoren, die die Durchlaufzeit beeinflussen: Inventar und Durchsatz. Die obige Grafik zeigt diese Relation im Verhältnis an.

Dieser Artikel basiert auf dem Blogbeitrag des Autors "A Eulogy for Little's Law" auf seinem Blog www.AllAboutLean.com.

Der Autor

Prof. Dr. Christoph Roser
 Kontakt: christoph.rosler@hs-karlsruhe.de